

## 数字あそび — 4桁数字の算術 —

### 1. はじめに

半世紀ほど前、高校生だった頃の話ですが、O社の受験雑誌のページの片隅にあったコラムに、切符の裏にある4桁の数字で遊ぶという記事が載っていました。

当時の国鉄の切符は、今のものに比べるとずっと分厚い紙で作られていて、自動改札機などありませんでしたから、改札口で駅員に鉄を入れてもらったものでした。切符の裏には、両端に同じ4桁の数字が印刷されていました。

当時、田舎の自宅にはテレビは勿論のこと電話すらありませんでしたから、4桁の数字を目にするのは、切符の裏くらいしかなかったように思います。

現代では、JRの切符の裏に4桁の数字は見られませんが、電話番号や、車のナンバーなどあらゆるところにあふれています。特に、携帯電話の番号では4桁の数字が2組並んでいますから、4桁の数字に不自由することはありません。

この数字を使って、何をするのかというと、4桁の数字の前2個と後の2個にそれぞれ演算を加えて、それらが等号で結ばれるようにするのが目標なのです。

4桁の数字の並びをABCD (A、B、C、Dは0~9の整数) とすると、目的の式は次のようになります。

$$\{A : B\} = \{C : D\}$$

$\{A : B\}$  は、そこに含まれる整数 (AおよびB) にある「演算」を施すということと考えてください。ここでいう演算とは、単なる加減乗除だけではなく、根号やその他の簡単

な関数を使うことまで許されます。ただし、次のルールは守らねばなりません。

① 数字の順番を変更してはいけません。

② 他の数字は一切加えてはいけません。

抽象的な話だけでは分かりづらいと思いますので、以下に具体的な例を示します。

### 2. 四則演算

これは、小学生でもできる演算で、例えば、3492であれば、

$$3 + 4 = 9 - 2$$

という具合です。ほかに、2342なら、

$$2 \times 3 = 4 + 2$$

となりますし、2351であれば、

$$2 \times 3 = 5 + 1$$

や

$$2 + 3 = 5 \times 1$$

と二通りの答ができます。

小学生でも、高学年になって「分数」に慣れてくれば、演算の結果が必ずしも整数にならなくても答が出せるようになります。例えば、4623なら

$$4 \div 6 = 2 \div 3$$

とすることができるようでしょう。

ところが、実際にこのゲームをやってみると分かるのですが、小学生ができる加減乗除だけで答が見つかるケースは非常に少ないのです。

### 3. 絶対値記号・根号

中学生になると、絶対値記号や平方根などの根号が使えるようになりますから、答を出せる可能性はかなり大きくなります。

例えば、負の数を知らない小学生では、**3 2 2 7**だともうお手あげですが、中学生なら絶対値記号を知っていますから、

$$3 + 2 = |2 - 7|$$

と、簡単に答を出すことができますはずですが。

べき乗根を習って、根号が使えるようになれば、**5 2 7 7**は、

$$5 + 2 = \sqrt{7 \times 7}$$

とできますし、**7 3 3 8**であれば、

$$\sqrt{7 - 3} = \sqrt[3]{8}$$

として解決できます。**2 7 3 4**の場合は、

$$\sqrt[2]{7} = \sqrt{3 + 4}$$

とすることができます。

平方根の頭に**2**を付けるのはルール違反ではないのか？という声が聞こえそうですが、ルール①や②に違反していないことは明白でしょう。 $\sqrt{\quad}$ の左肩にある**2**を使うか使わないかは、元の4桁の数のその位置に**2**という数字があるか無いかによるので、(前の参院選の際に、「勝ってよし、負けてよし」と言ったというK元首相に倣って)「(2があれば)使ってよし、(なければ)使わなくてよし」ということです。

#### 4. べき乗・階乗

前項の始めに出てきた**3 2 2 7**は、べき乗を使えば

$$3^2 = 2 + 7$$

とすることも可能です。

**4 5 2 0**という数字があると、つい

$$4 \times 5 = 20$$

とやってしまいそうですが、右辺は何も演算していませんから、これは答になりません。

この場合は、

$$|4 - 5| = 2^0$$

とするべきでしょう。また、**4 0 2 3**なら、

$$4^0 = |2 - 3|$$

あるいは、階乗を使って、

$$4 + 0! = 2 + 3$$

とすることも可能です。

階乗は、かなり便利に使うことができ、小学生なら**3 5 8 7**を

$$3 \times 5 = 8 + 7$$

とする場合でも、

$$3 + 5 = 8! \div 7!$$

のように、ちょっと高級そうに見える解を得ることができます。

また、前項で平方根と三乗根を使って解いた**7 3 3 8**は、

$$(7 - 3)! = 3 \times 8$$

とすることもできます。

なかなかうまい方法が見つからない**7 2 4 2**のような場合でも、階乗を使えば、

$$(\sqrt{7 + 2})! = 4 + 2$$

として切り抜けることができます。

#### 5. 対数

高校生になって**10**を底とする常用対数ができるようになると、答を見つけられるケースが飛躍的に増大します。

例えば、**3 7 3 9**であれば、

$$\log(3 + 7) = 3 \div \sqrt{9}$$

とできますし、

**9 3 5 9**の場合は、対数の性質が分かっているならば、

$$\log 9 \div \log 3 = \sqrt{|5 - 9|}$$

とするのは造作もないことでしょう。

高校では、**10**以外の数を底とする対数も習っていますから、**2 8 7 2**などは、

$$\log_2 8 = \sqrt{7 + 2}$$

として解決できます。

#### 6. 順列・組み合わせ

高校の数学では、順列・組み合わせが出てきます。うまく使えば(かなり希なケースですが)、ほかの方法では解決できない数字の組み合わせでも答が出せる場合があります。

まず、 $n$ 個の異なるものの中から $r$ 個をとってきて並べる「順列」の公式は

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = n! / (n-r)!$$

で表されますから、**7 2 6 7**は、

$${}_7 P_2 = 6 \times 7$$

として解決できます。

異なる  $n$  個のものから  $r$  個をとってくる「組み合わせ」の公式は、

$${}_n C_r = n! / r!(n-r)!$$

ですから、8785は、

$$8 \times 7 = {}_8 C_5$$

とすることができます。

## 7. 自然対数・指数関数

これまでのやり方では、どうしてもできない数字の組み合わせがときどき出てきます。そういうときは、理工系の大学で習う、自然対数 ( $\ln$ ) とその逆算である指数関数 ( $\exp$ ) を組み合わせるという手があります。これは、場合によっては、式が複雑になり、あまりスマートな方法とは言えないのですが、ほかの手段ではどうしてもできないときには、『困ったときの自然対数』という諺もあるくらいですから(無いかな?)、最後の手段として使うことは許されるのではないのでしょうか?

例えば、1786ですが、一見簡単そうで、なかなかうまい式が見つかりません。こんな時には、

$$1 \times 7 = \ln \sqrt{\exp(8+6)}$$

あるいは、

$$1^7 = \ln \sqrt{\exp(8-6)}$$

として、解決できます。

$\exp(x)$  というのは、 $e^x$  のことだから、 $e$  ( $=2.71828\dots$ ) という「数字」を使うのは、ルール②に抵触するのではないのか? と問われそうですが、 $e$  をあからさまに使っているわけではなく、あくまでも  $\exp$  という「関数」を使っているわけで、常用対数の底である  $\log_{10}$  の10を見ないようにしたり、2乗根である2という数字に目をつぶって $\sqrt{\quad}$ という関数を使うのと同じと考えてください。

## 8. おわりに

以上2項から7項までに示した方法を組み合わせれば、すべての4桁の数字に答が出せることは筆者が保証しますから、安心してこのゲームに取り組んでいただけます。試

しに、ご自宅の電話番号や自家用車の番号などでトライしてみられては如何でしょうか?

筆者は、高校二年の夏休みの初めに、同級生達と三人で汽車に乗って、県庁所在地まで映画を見に行ったことがあります。行きの切符のことは忘れましたが、駅の窓口で買った帰りの切符の裏にある数字は、それぞれ2226、2227、2228でした。筆者は運悪く、真ん中の2227を受け取ってしまいました。

2226を受け取った友人は、切符の裏に

$$2 \times 2 = |2-6| \quad \text{と}$$

$$2 \times \sqrt{2} = \sqrt{(2+6)}$$

と書き込み、2228の切符を持った友人は、数学の授業で習ったばかりの対数を使って、

$$2 \div 2 = \log(2+8) \quad \text{と}$$

$$2 \times 2 = \sqrt{(2 \times 8)}$$

を書き込んだ切符を駅の改札で駅員に渡し、意気揚々と帰って行きました。

筆者は、自宅のある町の駅に着くまでに解答が見つけれなかったもので、切符を駅員に渡したあと、その数字をメモして帰り、夏休みの間ときどき思い返しては、何とかならないかと考え続けました。そして、夏休みが終わる頃になって、やっと

$$2 \div \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^7}}} \\ (=2^{7/8})$$

という答に辿りつきました。二学期に入り、学校で再会した友人達にこの答を見せて、なんとか面目を保つことができたという思い出があります。

今では、JRの切符の裏は磁気情報記録のために黒褐色の磁性体が塗られていて数字はありません。表面には左側に日付、右側に4桁の数字と発券時刻が印刷されますが、文字が小さいため、ほとんど気付く人はいないでしょう。

ところが、車を運転していれば前後左右を走る車には必ず4桁のナンバーがついています。高速道路を走っていて、渋滞に巻き込まれたときなどは、まわりの車のナンバーを見

ながら、この「数字あそび」をしていれば、渋滞もそれほど苦にならないかもしれません。自分のレーンが全く動かずに隣のレーンの車が流れ始めても、「いろいろな番号が見られて楽しい」と思えますよ。（そんなことはないか？）ただ、ゲームに夢中になって運転をおろそかにしないように注意なさってください。

中学生や高校生のお子さんをお持ちの方であれば、ケータイの番号などを使って、一緒にこのゲームに取り組めば、お父さんやお母さんの「数学の実力」を見せてあげることができます。小学校高学年の子供には、中学校に入ってから学習する絶対値や平方根が「実際に役に立つ」ことを経験させてあげれば、数学嫌いにならずにすむかもしれませんね。

